

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

Матрицы и операции над ними
Определители
Системы линейных уравнений
Комплексные числа



© И. А. Шилин, 2007 — 2013



Предисловие

В каждом из восьми заданий настоящей работы имеется 10 вариантов, из которых для выполнения задания надо взять один вариант — тот, номер которого совпадает с последней цифрой в номере зачетки или, что то же самое, студенческого билета. Например, номер 452/13 означает **второй** вариант.

Для успешного выполнения контрольной работы рекомендуется использовать соответствующее учебное пособие, подготовленное для наших студентов и размещенное на официальном сайте института.

1. Имеются матрицы

$$a = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} -4 & 7 & 3 \\ 5 & 8 & -1 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$e = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -1 \end{pmatrix},$$

$$i = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Вычислите

$$\begin{matrix} \boxed{1} & i^2 + 2j^T & \boxed{2} & d^T b - 2j^T & \boxed{3} & i^T - c^T a & \boxed{4} & ad^T + h^2 & \boxed{5} & g^2 + bc^T \\ \boxed{6} & ij - b^T a & \boxed{7} & h^2 + db^T & \boxed{8} & cb^T + e^2 & \boxed{9} & jb^T e - c^T & \boxed{0} & fhg^T - g^2 h \end{matrix}$$

2. Вычислите определитель матрицы.

$$\begin{matrix} \boxed{1} & \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -4 & 2 \\ 3 & -2 & -3 & 1 \end{pmatrix} & \boxed{2} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix} & \boxed{3} & \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & -4 & 0 \\ 3 & -2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \\ \boxed{4} & \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} & \boxed{5} & \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ 5 & -1 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & -4 & 1 \end{pmatrix} & \boxed{8} & \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 \\ -3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -4 & -2 \end{pmatrix} \\ \boxed{7} & \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & -1 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} & \boxed{8} & \begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & -2 \end{pmatrix} & \boxed{9} & \begin{pmatrix} -1 & -2 & 5 & -2 \\ -2 & 3 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & -4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \\ & & \boxed{0} & \begin{pmatrix} 1 & 6 & -1 & -2 \\ 6 & 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} & & \end{matrix}$$

3. Решите систему линейных уравнений по формулам Крамера.

$$\begin{matrix} \boxed{1} & \begin{cases} 2x + 4y + z = 9, \\ 3x - y + 2z = 24, \\ x + 6y - z = -10. \end{cases} & \boxed{2} & \begin{cases} 4x + 6y + z = -1, \\ 3x + 3y + 2z = 5, \\ x - 3y + 3z = 12. \end{cases} & \boxed{3} & \begin{cases} 2x + 4y + 5z = 6, \\ x - y - z = 5, \\ 4x - 8y + 5z = 9. \end{cases} \\ \boxed{4} & \begin{cases} 3x - y + 2z = 5, \\ 2x + y + 3z = 5, \\ x - y + z = 6. \end{cases} & \boxed{5} & \begin{cases} 3x - 3y - z = 2, \\ 4x + 2y + 3z = 5, \\ x - y + 2z = 3. \end{cases} & \boxed{6} & \begin{cases} 4x + 3y - 2z = 1, \\ 3x + 2y + z = -3, \\ 2x + 3y - z = 8. \end{cases} \\ \boxed{7} & \begin{cases} 5x - 4y + 2z = -13, \\ 3x + 2y + 4z = 18, \\ 2x + y - 2z = -10. \end{cases} & \boxed{8} & \begin{cases} 3x - 2y - 4z = 4, \\ x + y - 3z = 2, \\ 5x + 2y + z = 1. \end{cases} & \boxed{9} & \begin{cases} 3x + 2y - z = 6, \\ 2x + y + 2z = -5, \\ x + 2y + 7z = 2. \end{cases} \\ & & \boxed{0} & \begin{cases} x + 3y - 2z = 8, \\ 2x + 4y + z = -3, \\ 3x + 5y + 2z = -4. \end{cases} & & \end{matrix}$$

4. Найдите решение системы линейных уравнений, пользуясь методом Гаусса.

$$\boxed{1} \begin{cases} x - 2y + 3z + 4p + 2q + r = 0, \\ 3x - y - z + 2p - q + 3r = 2, \\ 4x + 2y + 2z + 6p + q - r = 1, \\ 5x - 5y + 5z + 10p + 5q + 5r = 2. \end{cases}$$

$$\boxed{3} \begin{cases} x - 3y + 2z - 2s + 4t = -3, \\ 2x + y - z + 3s - 2t = -1, \\ 4x - 5y + 3z - s + 6t = -7, \\ 5x - 8y + 5z - 3s + 10t = -10. \end{cases}$$

$$\boxed{5} \begin{cases} x + 2y + 4z - 2p - 3q + 2r = -3, \\ x - 4y + z + 3p - q - 3r = -1, \\ 5x - 8y + 11z + 5p - 9q - 5r = -9. \end{cases}$$

$$\boxed{7} \begin{cases} x - 3y + 5s - 2t = -4, \\ 4x + 2y - 3s + 7t = 3, \\ 5x - y + 2s + 5t = -1, \\ 3x - y + 2s + 9t = 7. \end{cases}$$

$$\boxed{9} \begin{cases} x - 3y + 2z + 4s - t = -1, \\ 2x + 7y - 7z - 9s + 5t = 6, \\ 7x + 2y - z + 3s + 2t = 3. \end{cases}$$

$$\boxed{2} \begin{cases} x - 3y + 2z + 3s - 2t = -1, \\ 6x - 10y + 7z + 7s - 5t = -4, \\ 3x - y + z - 2s + t = -1, \\ 4x - 4y + 3z + s - t = -2, \\ 5x - 7y + 5z + 4s - 3t = -3. \end{cases}$$

$$\boxed{4} \begin{cases} x - 2y + 3z + 4s - 2t = 2, \\ 4x - y + 2z + s + 3t = 3, \\ 3x + y - z - 3s + 5t = 1, \\ 5x - 3y + 5z + 5s + t = 5. \end{cases}$$

$$\boxed{6} \begin{cases} x - 5y + 3z - 2p + 3q + r = 2, \\ 2x + 4y - 5z + 5p - 7q + r = -3, \\ 3x - y - 2z + 3p - 4q + 2r = -1, \\ 4x - 6y + z + p - q + 3r = 3. \end{cases}$$

$$\boxed{8} \begin{cases} x - 2y - 3z + p + 4q - 2r = 0, \\ 3x - y + z - 2p + 2q + 3r = 4, \\ 2x + y + 4z - 3p - 2q + 5r = 4, \\ 8x - y + 6z - 7p + 2q + 11r = 12, \\ 4x - 3y - 2z - p + 6q + r = 4. \end{cases}$$

$$\boxed{0} \begin{cases} x + 2y - z + 4p - 4q + 3r = -3, \\ 5x + y + 3z + 2p - q + 2r = -5, \\ 6x + 3y + 2z + 6p - 5q + 5r = -8, \\ 4x - y + 4z - 2p + 3q - r = -2. \end{cases}$$

5. Сконструируйте обратную матрицу, вычислив алгебраические дополнения матричных элементов.

$$\begin{array}{ll} \boxed{1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} & \boxed{2} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix} & \boxed{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & -5 \end{pmatrix} & \boxed{4} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 9 & 7 & 2 \end{pmatrix} \\ \boxed{5} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix} & \boxed{6} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \end{pmatrix} & \boxed{7} \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} & \boxed{8} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \\ & \boxed{9} \begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} & \boxed{0} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix} & \end{array}$$

6. Решите предыдущую задачу по-другому: используя строчные преобразования.

7. Вычислите zw , $\frac{z}{w}$, z^2 и w^{-1} .

$$\begin{array}{ll} \boxed{1} & z = 3 - 5i, w = -6 + 2i \\ \boxed{2} & z = -2 - 3i, w = 1 + 4i \\ \boxed{3} & z = -2 - 5i, w = 2 - 7i \\ \boxed{4} & z = 3 + 2i, w = -2 + 4i \\ \boxed{5} & z = 7 - i, w = 2 + 8i \\ \boxed{6} & z = -1 - 3i, w = 2 - 4i \\ \boxed{7} & z = -3 + 5i, w = 2 + i \\ \boxed{8} & z = 3 - 6i, w = 2 + 5i \\ \boxed{9} & z = 4 - 2i, w = 3 + 2i \\ \boxed{0} & z = 1 - 4i, w = -3 + 8i \end{array}$$

8. Перепишите z в показательной форме и вычислите z^n .

$\boxed{1}$	$z = -4 + 4\sqrt{3}i, n = 6$	$\boxed{2}$	$z = -8 + 8i, n = 3$
$\boxed{3}$	$z = -\sqrt{3} + i, n = 9$	$\boxed{4}$	$z = -5 + 5i, n = 4$
$\boxed{5}$	$z = 2\sqrt{3} - 2i, n = 4$	$\boxed{6}$	$z = 3 - 3\sqrt{3}i, n = 3$
$\boxed{7}$	$z = 4 - 4i, n = 5$	$\boxed{8}$	$z = -2\sqrt{3} - 2i, n = 7$
$\boxed{9}$	$z = -2 + 2i, n = 7$	$\boxed{0}$	$z = \sqrt{3} + i, n = 5$