

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

Простейшие свойства функций
Предел функции в конечной или бесконечной точке
Асимптоты
Дифференцирование функции
Приближенные вычисления
Касательная к графику функции



© И. А. Шилин, 2007 — 2013



Предисловие

В каждом из семи задании настоящей работы имеется 10 вариантов, из которых для выполнения задания надо взять один вариант — тот, номер которого совпадает с последней цифрой в номере зачетки или, что то же самое, студенческого билета. Например, номер 452/13 означает **второй** вариант.

Для успешного выполнения контрольной работы рекомендуется использовать соответствующее учебное пособие, подготовленное для наших студентов и размещенное на официальном сайте института.

1. Является ли функция четной? нечетной?

- 1 $y = |x| \cos x - x \operatorname{tg} x, y = \frac{x^2 + \sin x}{2 \operatorname{ctg} x}, y = x^2 - 2x + |x|$
- 2 $y = \frac{\operatorname{ctg} x + x^5}{\sin^2 x}, y = \cos x \sin x + x^2, y = (x + \sin x)^8$
- 3 $y = \frac{4}{x^6} - 2 \operatorname{ctg} \frac{x}{3}, y = \frac{\operatorname{tg} x - 2|x| \sin x}{x^5}, y = \operatorname{tg} 2x \sin 5x - 2 \cos \frac{x}{2}$
- 4 $y = x^2 \sin \frac{2}{3}x + \frac{1}{x}, y = 4x - 2 \cos(3x - \frac{2\pi}{3}), y = -x \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + 4 \sin x^2$
- 5 $y = |\sin x| \sin x^2 - x^3, y = \frac{\operatorname{ctg} \frac{2}{3}x - x^2 \sin 4x}{\cos \frac{5}{6}x}, y = x^5 \operatorname{tg}(-3x) + x^8$
- 6 $y = \frac{\sin 2x \operatorname{tg} 3x - \cos 4x}{x^2 - 2|x| + 3}, y = 2 \sin \frac{x}{3} - x^3 \cos(-4x), y = \operatorname{ctg}|x| - 2x \cos x$
- 7 $y = \operatorname{ctg}(|x| - \frac{\pi}{6}) + \frac{\cos 2x}{x^2}, y = 2 \operatorname{tg} 3x + 5 \sec \frac{x}{2}, y = \frac{x \cos x - 2 \operatorname{ctg} \frac{2}{5}x}{x^3 - \sin \frac{x^3}{2}}$
- 8 $y = \frac{2}{5} \cos(-x) + x^2 \sin \frac{x}{4}, y = \frac{|x| - \cos x \sin 2x}{\operatorname{tg} \frac{3}{2}x - \operatorname{ctg}(-x)}, y = 4 \operatorname{cosec} x - x|x| \cos 5x$
- 9 $y = \operatorname{tg} \frac{x}{5} \cos(-x) + \frac{2}{x^3}, y = |x| \sin |x| - x^2 \operatorname{ctg} \frac{2}{3}x, y = \frac{\cos^2 x - x^4 + \frac{2}{3} \sin \frac{x^2}{2}}{|x| \sin 2x - \operatorname{tg}(-x)}$
- 0 $y = \frac{2}{5} \cos(-x) - x^2 \operatorname{ctg} \frac{3}{x}, y = \frac{3x^2 + \operatorname{tg} x x \sin 2x}{\operatorname{tg} \frac{3}{2}x - \operatorname{ctg}(-x)}, y = 4 \sec x + \frac{x}{2}$

2. Вычислите период функции.

- 1 $y = -4 \sin 3x, y = \operatorname{ctg} \frac{3}{4}x, y = \cos x - 5 \sin 4x$
- 2 $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x, y = \cos 0, 5x, y = 2 \sin 4x + \operatorname{tg} x$
- 3 $y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{1}{3}x, y = \sin 6x, y = \operatorname{tg} x - \cos 4x$
- 4 $y = 2 \cos \frac{1}{4}x, y = 2 - \operatorname{ctg} 8x, y = 3 \cos x + \sin \frac{1}{3}x$
- 5 $y = -4 \operatorname{tg} 4x, y = 2 - 3 \cos 2x, y = 4 \sin x + \frac{1}{4} \cos \frac{1}{8}x$
- 6 $y = 5 \operatorname{tg} 4x, y = \pi + \sin \frac{3}{4}x, y = 2 \sin 0, 25x + \cos 2x$
- 7 $y = 6 \operatorname{ctg} 8x, y = 3 \sin \frac{3}{2}x, y = 2 \operatorname{tg} 4x - 2 \cos x$
- 8 $y = \sin \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}, y = \operatorname{ctg} 3x, y = 2 \sin x - 4 \cos \frac{1}{4}x$
- 9 $y = 2\pi - \cos 0, 75x, y = \operatorname{tg} 4x, y = \operatorname{ctg} \frac{1}{2}x + \sin 2x$
- 0 $y = \frac{3}{4} \operatorname{tg} 2x, y = \sin 0, 1x, y = 2 \cos 3x - \operatorname{ctg} \frac{1}{2}x$

3. Вычислите пределы

- 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}), \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^x$
- 2 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x + 3}{5x^2 - 2x + 7}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}, \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$
- 3 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{2x + 5}, \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{x+5}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$
- 4 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{(x+2)(x-3)}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4}, \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x$
- 5 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2+x}}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}x}{5x}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 7x - 9}{2x^2 - 5x + 6}$
- 6 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 2x + 6}{x^3 + 7x^2 - 1}, \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{2x}, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^3 - 64}$
- 7 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 6}{5x^3 + 6x^2 + 11}, \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 10x}$
- 8 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x + 5}{x^2 + x - 2}, \lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x-1}{x+1})^x, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x-2}}$
- 9 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 7x}{\sin 4x}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^6 - x^3 + x^2 - x}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$
- 0 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{x-1}}{3x^2 + 2}, \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{-2x+1}$

4. Найти наклонные (возможно, горизонтальные) асимптоты функции.

$\boxed{1}$ $y = \frac{x^2+1}{1+x}$	$\boxed{6}$ $y = x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right)$
$\boxed{2}$ $y = x + e^{-x}$	$\boxed{7}$ $y = x e^{\frac{1}{x^2}}$
$\boxed{3}$ $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$	$\boxed{8}$ $y = x e^{\frac{2}{x}} + 1$
$\boxed{4}$ $y = e^{-2x} \sin x$	$\boxed{9}$ $y = x e^x$
$\boxed{5}$ $y = e^{-x} \sin 2x + x$	$\boxed{0}$ $y = \frac{1}{x^2-4x+5}$

5. Продифференцируйте функцию.

$\boxed{1}$ $y = \sin 3x - 2\sqrt{x^7} + \frac{3}{x^9}, y = \cos^2 \frac{1}{3}x, y = \frac{x-1}{x^4-2}, y = x \operatorname{ctg} x$
$\boxed{2}$ $y = 2 \cos \left(4 - \frac{1}{2}x \right), y = \frac{3-2x}{x^3+1}, y = \sqrt{x} \sin x, y = e^{x^2+1} + \frac{2}{x^7}$
$\boxed{3}$ $y = e^x \ln x, y = 3 - 2\sqrt[5]{x^2} - \frac{4}{x}, y = \operatorname{ctg} \sqrt{x}, y = x \sin x, y = \frac{x^4}{x^2-3x+6}$
$\boxed{4}$ $y = -\frac{5}{x^8} - 4\sqrt[6]{x^7} + 4x^{18}, y = e^x \cos 2x, y = \frac{1+2x-x^2}{x+1}, y = \ln(3x-1)^2$
$\boxed{5}$ $y = 3 \sin \frac{1}{6}x + \sqrt[3]{x^4} - 8, y = x^2 \ln x, y = \frac{x^4-2x}{x+3}, y = \sin^2(3x-1)$
$\boxed{6}$ $y = -\frac{1}{6}x^2 - \frac{8}{x^9} + 2\sqrt[5]{x^3}, y = \sin x \cdot \ln x, y = \frac{2x-3x^2}{4+x^2}, y = \operatorname{tg}(x^2-1)^2$
$\boxed{7}$ $y = \frac{x-3x^4}{2x^3+x}, y = \ln \sqrt{x^2+1}, y = \frac{4}{x^2} - 2x^5 + \sqrt[3]{x^8}, y = x \cos x$
$\boxed{8}$ $y = 3x^7 - \frac{2}{x^5} + \frac{1}{4}\sqrt{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x^4}}, y = \frac{1}{2}e^{\sin x}, y = \frac{2x-4}{x^3-3x^2}, y = x \operatorname{tg} x$
$\boxed{9}$ $y = \frac{7}{x^3} - \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} + 4x^3, y = \frac{5x-3x^2}{3x^3+x}, y = \frac{1}{x} \sin x, y = \ln(1-\sqrt{x})$
$\boxed{0}$ $y = \sqrt{x^7} - \frac{2}{x^8} + \frac{4}{\sqrt[6]{x^5}}, y = x^2 \ln x, y = \frac{1+x^2-8x}{x^3+2}, y = \sqrt{x-2x^3}$

6. Составьте уравнение касательной к графику функции, которая а) проходит через точку с абсциссой x_0 ; б) параллельна прямой y_1 ; в) образует с положительным направлением оси угол α ; д) параллельна оси абсцисс.

$\boxed{1}$ $y = 2x^3 - x, x_0 = 1, y_1 = 11x + 4, \alpha = \frac{3\pi}{4}$
$\boxed{2}$ $y = x^2 - 4x, x_0 = 3, y_1 = 8x - 15, \alpha = \frac{3\pi}{4}$
$\boxed{3}$ $y = x^2 + 2x + 9, x_0 = 4, y_1 = -6x + \frac{2}{3}, \alpha = \frac{3\pi}{4}$
$\boxed{4}$ $y = x(x^2 + 1), x_0 = -2, y_1 = 76x - 7, \alpha = \frac{\pi}{4}$
$\boxed{5}$ $y = x^2(1+x), x_0 = -3, y_1 = 5x - 4, \alpha = \frac{\pi}{4}$
$\boxed{6}$ $y = -3x^2 + x + 8, x_0 = -4, y_1 = 19x - 7, \alpha = \frac{3\pi}{4}$
$\boxed{7}$ $y = x - 5\sqrt{x} + 4, x_0 = 9, y_1 = \frac{49}{2}x + 3, \alpha = \frac{\pi}{4}$
$\boxed{8}$ $y = x^4 - 2x, x_0 = 4, y_1 = 30x + 13, \alpha = \frac{\pi}{4}$
$\boxed{9}$ $y = x - 3x^4, x_0 = -2, y_1 = 13x - 2, \alpha = \frac{\pi}{4}$
$\boxed{0}$ $y = 6x^3 - 2x + 1, x_0 = 2, y_1 = 16x + 9, \alpha = \frac{3\pi}{4}$

7. Найти приближенное значение числа двумя способами: а) используя формулу $y(x_0 + \Delta x) \approx y'(x_0)\Delta x + y(x_0)$ и б) применяя несколько членов формулы Тейлора.

$\boxed{1}$ $2,09^5$	$\boxed{6}$ $\sqrt{24,96}$
$\boxed{2}$ $\sqrt{49,1}$	$\boxed{7}$ $99,97^2$
$\boxed{3}$ $\cos 0,05$	$\boxed{8}$ $\sqrt[3]{8,02}$
$\boxed{4}$ $\operatorname{tg} 0,18$	$\boxed{9}$ $15,99^{1,5}$
$\boxed{5}$ $1,92^6$	$\boxed{0}$ $\sqrt[4]{64,04}$