НОУ ВПО "ЭКОНОМИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ"

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

Частные производные, производные по направлению и градиент
Дивергенция и ротор векторного поля
Точки экстремума функции двух переменных
Двойные интегралы и их приложения

Предисловие

В каждом из пяти заданий настоящей работы имеется 10 вариантов, из которых для выполнения задания надо взять один вариант — тот, номер которого совпадает с последней цифрой в номере зачетки или, что то же самое, студенческого билета. Например, номер 452/13 означает **второй** вариант.

Для успешного выполнения контрольной работы рекомендуется использовать соответствующее учебное пособие, подготовленное для наших студентов и размещенное на официальном сайте института.

1. Найдите точки экстремума функции f.

$\boxed{1}$	$f = 8x^2 + 4y^2 - 4xy - 4y$	$\boxed{6}$	$f = 2x^3 + 2xy + y^2 - 4x$
$\boxed{2}$	$f = y^3 + 3x^2y - 3x^2 - 12y$	$\boxed{7}$	$f = 2x^2 - 3y^2 + x^2y + 9y$
$\boxed{3}$	$f = y^2 - 2xy + 2x - 4y$	$\boxed{8}$	$f = 2x^3 + 6xy - y^2 + 2x$
$\boxed{4}$	$f = 2xy^2 - 2x^3 + 2y^2 + 24x$	$\boxed{9}$	$f = x^2 + y^2 + 4xy - 2y$
$\boxed{5}$	$f = x^3 - y^3 - 3x + 12y$	$\boxed{0}$	$f = 2y^2 + 2xy + x + 2y$

2. В точке M для функции f вычислите $\operatorname{grad} f$ и производную $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\vec{a}}$ по направлению $\vec{a}$.

$\boxed{1}$	$M(-2;4),\ f = 3xy^4 - 2x + 3x^2y,\ \vec{a} = (-12;5)$	$\boxed{6}$	$M(-2;2),\ f = 2y^5 - xy^2 + 3x^2y,\ \vec{a} = (-15;-8)$
$\boxed{2}$	$M(-2;3),\ f = 4x^3y^2 - 2y + 3xy4,\ \vec{a} = (8;-6)$	$\boxed{7}$	$M(-4;-2),\ f = 16 - 2x^3y + 2x^2y^3,\ \vec{a} = (4;3)$
$\boxed{3}$	$M(3;-2),\ f = 2x^3y^3 + 5x - xy^4,\ \vec{a} = (-8;15)$	$\boxed{8}$	$M(-3;1),\ f = x^4y - xy^3 + 6x^2y^2,\ \vec{a} = (-6;8)$
$\boxed{4}$	$M(-1;-3),\ f = 3xy^2 - 2x^3y - x^2y,\ \vec{a} = (-4;-3)$	$\boxed{9}$	$M(-2;4),\ f = 2x - 4xy^3 + 2x^3y - y,\ \vec{a} = (12;5)$
$\boxed{5}$	$M(4;-1),\ f = 2 - x^2 - xy^3 + x^2y^2,\ \vec{a} = (-5;12)$	$\boxed{0}$	$M(3;-1),\ f = 4xy^3 + 2xy^2 - x^3 - 2,\ \vec{a} = (12;-5)$

3. Вычислите ротор дивергенцию $\operatorname{div}\vec{v}$ и ротор $\operatorname{rot}\vec{v}$ векторного поля $\vec{v}$ в точке $M(-2;1;-1)$.

$\boxed{1}$	$\vec{v} = (2xy^2; z^3 - xy; 2z^2x^2)$	$\boxed{6}$	$\vec{v} = (x^2 + xyz; y^4; x^2y^2 - yz)$
$\boxed{2}$	$\vec{v} = (xz - yz^2; x^3 - y^2; xyz)$	$\boxed{7}$	$\vec{v} = (y^3 - 2xy; xz - 4y^3z; x^2 - yz^2)$
$\boxed{3}$	$\vec{v} = (2 + x^2; x^2z - yz; z^3 - y^2)$	$\boxed{8}$	$\vec{v} = (4yz^3 - 1; 2x - 3yz; y^3z^2)$
$\boxed{4}$	$\vec{v} = (2x^2y; y^3 - xz; 4x - yz^3)$	$\boxed{9}$	$\vec{v} = (3xy^2z; 4 - y^2 - xz^2; xy^2 - yz)$
$\boxed{5}$	$\vec{v} = (3x - y + z^2; y^2z; xy - x^3z)$	$\boxed{0}$	$\vec{v} = (z^2 - 2xy; x^3yz + y; xy^2 - y^2z)$

4. Вычислите двойной интеграл по области с указанными границами. Найдите площадь этой области.

$\boxed{1}$ $\iint(2x - xy)\,\mathrm{d}s,\ \ y = x + 2, x + y = 4, y = 0.2x + 0.4$

$\boxed{2}$ $\iint(x - xy)\,\mathrm{d}s,\ \ y = |x + 1|, y = -x^2 - 2x$

$\boxed{3}$ $\iint(xy + x)\,\mathrm{d}s,\ \ y = 2 - x^2, y = 0, y = \sqrt{x}$

$\boxed{4}$ $\iint(y - xy)\,\mathrm{d}s,\ \ x = 0, y = \sqrt{x}, y = x^2 - 3$

$\boxed{5}$ $\iint(x + xy)\,\mathrm{d}s,\ \ y = \sqrt{|x|}, y = 2 - x^2$

$\boxed{6}$ $\iint(2x + xy)\,\mathrm{d}s,\ \ y = x^2 + 2x, y = x + 2, x + y = 3$

$\boxed{7}$ $\iint(x - 3xy)\,\mathrm{d}s,\ \ y = 3 + x, y = x^2 + 1, x = 0$

$\boxed{8}$ $\iint(2x + yx)\,\mathrm{d}s,\ \ y = 1 - 2x - x^2, y = |x|$

$\boxed{9}$ $\iint(y - 2xy)\,\mathrm{d}s,\ \ y = x + 2, x + y = 0, y = 8 - 5x$

$\boxed{0}$ $\iint(2y + xy)\,\mathrm{d}s,\ \ 3y - 2x = 7, y = x^2 + 2x$

5. Вычислите интеграл, перейдя к указанной системе координат (аббревиатура ПСК означает полярную систему).

	Интеграл	Область интегрирования	Новая система координат
1	$\iint \frac{\ln\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$4 \leqslant x^2+y^2 \leqslant 25, y=\sqrt{3}x,$ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x, x \geqslant 0$	ПСК
2	$\iint \sqrt{4-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$x^2+y^2-2x \leqslant 0, y \leqslant 0$	ПСК
3	$\iint xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$xy=1, x+y=2\frac{1}{2}$	$u=x+y, v=xy$
4	$\iint \frac{x\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$	$x^2=y, x^2+y^2=2$ $y=0, x>0$	ПСК
5	$\iint x\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$(x^2+y^2)^2=x^2-y^2, x \geqslant 0$	ПСК
6	$\iint \ln(1+x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$x^2+y^2 \leqslant 1, \lvert y\rvert=-x, x \leqslant 0$	ПСК
7	$\iint x^2y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$xy=1, xy=2, y=x,$ $y=3x, y \geqslant 0$	$u=\frac{y}{x}, v=xy$
8	$\iint \frac{y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2}}$	$1 \leqslant x^2+y^2 \leqslant 4, y=-\lvert x\rvert,$ $y \leqslant 0$	ПСК
9	$\iint \sqrt{xy}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$y^2=x, y^2=4x, xy=1,$ $xy=5$	$u=\frac{y^2}{x}, v=xy$
0	$\iint (3x+2y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$	$y=-2x+1, y=-2x-2,$ $y=x-1, y=x+2$	$u=y-x,$ $v=2x+y$